

UNIVERSITATEA DE VEST DIN TIMIȘOARA
FACULTATEA DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ

Concurs de admitere la Facultatea de Matematică și Informatică
Sesiunea Iulie 2018
Subiect la Matematică

Subiectul 1 Fie $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -6 & -3 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

- i) Arătați că $(I_2 + A)^2 = I_2 + A$.
- ii) Determinați numărul elementelor mulțimii $\{A^n : n \in \mathbb{N}^*\}$.
- iii) Calculați $\det(2018 I_2 - A + A^2 - A^3 + \dots + A^{2018})$.

Subiectul 2 Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 3^x + 1 & , \quad x \leq 1 \\ a\sqrt{3x^2 + x} + 2 & , \quad x > 1 \end{cases}$, unde $a \in \mathbb{R}$.

- i) Determinați asimptotele la graficul funcției f .
- ii) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{f(x) - 2}{x^2} + 1 \right)^x$.
- iii) Determinați $a \in \mathbb{R}$ astfel încât funcția f să fie continuă pe $\mathbb{R}$.

Subiectul 3 Se consideră legea de compoziție

$$(a, b) \star (c, d) = (ac + 3bd, ad + bc), \quad (a, b), (c, d) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$$

pe $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ și submulțimea lui $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$

$$H = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : a^2 - 3b^2 = 1\}.$$

- i) Determinați valorile $a \in \mathbb{Z}$ pentru care $(a, 15) \in H$.
- ii) Arătați că H este parte stabilă a lui $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ față de legea de compoziție " $\star$ ".
- iii) Demonstrați că $(H, \star)$ este grup.

Subiectul 4 Calculați $\int_{-\pi}^{\pi} x^n \cos x \, dx$, pentru $n \in \{2, 3\}$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii și se notează cu note cuprinse între 1 și 10.

Timp de lucru: 3 ore.